

# **Erzeugung von künstlichen Finanzzeitreihen unter Berücksichtigung charakteristischer Merkmale**

Sebastian Dingler  
*E-mail: kontakt@sebastian-dingler.de*

28.02.2011

## Zusammenfassung

In diesem Artikel wird ein neuartiger Ansatz zur Erzeugung von künstlichen Finanzzeitreihen beschrieben. Der Ansatz basiert auf einer fraktionalen Brownschen Bewegung und einer Cauchy-Verteilung. Hiermit ist es möglich künstliche aber realitätsnahe Finanzzeitreihen zu erzeugen, die Eigenschaften und Eigenheiten eines bestimmten Marktes besitzen. Die neue Methode beschränkt sich nicht nur auf die Generierung von Open oder Close Kursen. Zusätzlich werden auch künstliche Werte für High und Low Kurse generiert. Somit lassen sich die entstandenen künstlichen Finanzzeitreihen für die Risikoanalyse, Chancenbewertung und Validierung mechanischer Handelssysteme verwenden.

## 1 Einführung

### 1.1 Motivation

Finanzmärkte sind ständigen Änderungen unterworfen. Ein vorher sehr trendstarker Markt kann zu einem sehr trendschwachen werden. Gerade die Volatilität bewegt sich nicht gleichförmig. Dies hat natürlich entsprechende Konsequenzen auf die Performance von mechanischen Handelssystemen. Es stellt sich die Frage: Wie kann der Entwickler eines Handelssystems bereits bei der Entwicklung auf die Änderung von Marktbedingungen reagieren? Ein Ansatz ist es, Systeme nicht nur auf Originaldaten zu testen, sondern alternative Marktbedingungen durch künstliche Finanzzeitreihen zu simulieren. Bewährt sich das System in möglichst vielen verschiedenen Marktszenarien, erhält man ein wesentlich robusteres System zur Verfügung und kann insbesondere die auf die Originaldaten angepasste Überoptimierung vermeiden. In der vorliegenden Arbeit wird ein Ansatz vorgestellt, mit dem es möglich ist verschiedene realitätsnahe Marktbedingungen zu simulieren. Der Ansatz basiert auf einer fraktionalen Brownschen Bewegung und einer Cauchy-Verteilung. Eine Möglichkeit des Ansatzes ist es, künstliche Finanzzeitreihen zu erzeugen, die Eigenschaften eines bestimmten Marktes besitzen. Desweiteren hat man mit der neuen Methode die Möglichkeit, verschiedene Marktszenarien zu simulieren. Damit erhält der Handelssystementwickler ein weiteres Instrument für die Risikoanalyse, Chancenbewertung und Validierung von mechanischen Handelssystemen. So ist es z.B. möglich, das Verhalten eines Systems auf stärkere oder schwächere Trendphasen zu testen. Auch die Simulation von deutlich gehäuferten, starken Kursbewegungen ist möglich. Im Anschluss an diese Einleitung werden in Kapitel 2 die Grundlagen der verwendeten Methoden vorgestellt. Kapitel 3 gibt einen Überblick über den Stand der Datensimulation. Kapitel 4 erläutert deren Vor- und Nachteile. Der Hauptteil der Arbeit bildet Kapitel 5. Kapitel 6 fasst die Ergebnisse zusammen und gibt einen Ausblick auf die weiteren Schritte in der Datensimulation.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Hurst-Exponent

In der Fraktalen Geometrie beschreibt der Hurst-Exponent, in Anerkennung an Harold Edwin Hurst (1880-1978) und Otto Ludwig Hölder (1859-1937) von Benoit Mandelbrot  $H$  genannt, eine Kennzahl um *Long Memory Effekte* in Zeitreihen zu beschreiben[20]. *Long Memory Effekte* treten auf, wenn ein Ereignis in der Vergangenheit Auswirkungen auf zukünftige Ereignisse hat.

In vielen Studien wurden *Long Memory Effekte* in Finanzzeitreihen entdeckt, u.a. für Aktien[1], für Devisenkurse[4], für Rohstoffe[6], und auch für Credit Default Swaps[9].

Dabei haben die Werte des Hurst-Exponenten  $H \in (0, 1)$  folgende Eigenschaften:

- Ist  $0 < H \leq 0,5$  besitzt die Zeitreihe eine negative Autokorrelation, d.h. eine Abnahme/Zunahme zwischen zwei Werten wird wahrscheinlicher, gefolgt mit einer Zunahme/Abnahme
- Ist  $H = 0,5$  verhält sich die Zeitreihe wie die Brownsche Bewegung. So ist es gleichwahrscheinlich, dass auf eine Abnahme/Zunahme eine Abnahme oder Zunahme folgt
- Ist  $0,5 \leq H < 1$  besitzt die Zeitreihe eine positive Autokorrelation, d.h. eine Abnahme/Zunahme zwischen zwei Werten wird wahrscheinlicher, gefolgt von einer Abnahme/Zunahme

Für die Ermittlung des Hurst-Exponenten werden in der Literatur verschiedene Methoden diskutiert. Die klassische Rescaled Range Methode von Hurst[7] und die modifizierte Rescaled Range Methode von Lo[8] finden dabei breite Anwendung.

### 2.2 Cauchy-Verteilung

**Definition 1** Bei der Cauchy-Verteilung handelt es sich um eine stetige, leptokurtische Wahrscheinlichkeitsverteilung. Die die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\lambda}{\lambda^2 + (x - \mu)^2} \quad (1)$$

mit  $\lambda > 0$  und  $-\infty < \mu < \infty$  besitzt.

Die Verteilungsfunktion der Cauchy-Verteilung ist

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{x - \mu}{\lambda}\right) \quad (2)$$

Im Gegensatz zur Normalverteilung besitzt die Cauchy-Verteilung weder Erwartungswert noch Varianz oder Standardabweichung. Sie besitzt sogenannte fette Verteilungsenden (fat tails oder heavy tails). Somit sind bei der Cauchy-Verteilung extreme Ereignisse wahrscheinlicher, als bei der Standardnormalverteilung[2].

### 3 Stand der Datensimulation

In den folgenden Abschnitten soll eine kurze und nicht vollständige Übersicht über den Stand der Datensimulation gegeben werden.

#### 3.1 Data Scrambling

Bei der Data Scrambling (engl. Scrambling - Verwürfelung) Methode werden synthetische Datenzeitreihen auf Basis von originalen historischen Daten generiert. Dazu werden vorhandene historische Zeitreihen mittels einer Zufallsfunktion neu angeordnet. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, Manipulationen etwa an der Open/Close-Volatilität vorzunehmen[3].

#### 3.2 Fraktionale Brownsche Bewegung

**Definition 2** Die Fraktionale Brownsche Bewegung wurde als Verallgemeinerung der Brownschen Bewegung von Mandelbrot und Van Ness[13] entwickelt:

$$B_H(t) = \frac{1}{\Gamma\left(H + \frac{1}{2}\right)} \int_{-\infty}^t K(t-t')dB(t') \quad (3)$$

mit  $\Gamma(x)$  der Gammafunktion und  $B(t)$  einer Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und Standardabweichung 1. Desweiteren mit dem Kern:

$$K(t-t') = \begin{cases} (t-t')^{H-\frac{1}{2}} & \text{für } 0 \leq t' \leq t \\ (t-t')^{H-\frac{1}{2}} - (-t')^{H-\frac{1}{2}} & \text{für } t' \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

**Definition 3** Basierend auf Arbeiten von Mandelbrot und Wallis[14, 15, 16] findet man bei Feder[5] eine diskrete Formel für  $B_H(t)$ :

$$B_H(t) - B_H(t-1) = \frac{n^{-H}}{\Gamma\left(H + \frac{1}{2}\right)} \left\{ \sum_{i=1}^{nt} (i)^{H-\frac{1}{2}} \xi_{(1+n(M+t)-i)} + \sum_{i=1}^{n(M-1)} \left( (n+i)^{H-\frac{1}{2}} - (i)^{H-\frac{1}{2}} \right) \xi_{(1+n(M-1+t)-i)} \right\} \quad (5)$$

In der Gleichung ist  $\xi_i$  eine diskrete normalverteilte Zufallsvariable mit einem Erwartungswert von 0 und einer Standardabweichung von 1.  $t$  beschreibt einen Zeitschritt, der in  $n$  Intervalle zerlegt wird, um das Integral aus (3) zu approximieren.  $M$  muss theoretisch gegen unendlich gehen, aber für einfache Zwecke genügt ein großes  $M$ [19].

Abbildung 1 zeigt  $B_H(t)$  und  $dB_H(t)$  als Funktion der Zeit für verschiedene Hurst-Exponenten mit der gleichen Schar von Zufallsvariablen für  $\xi_i$ .

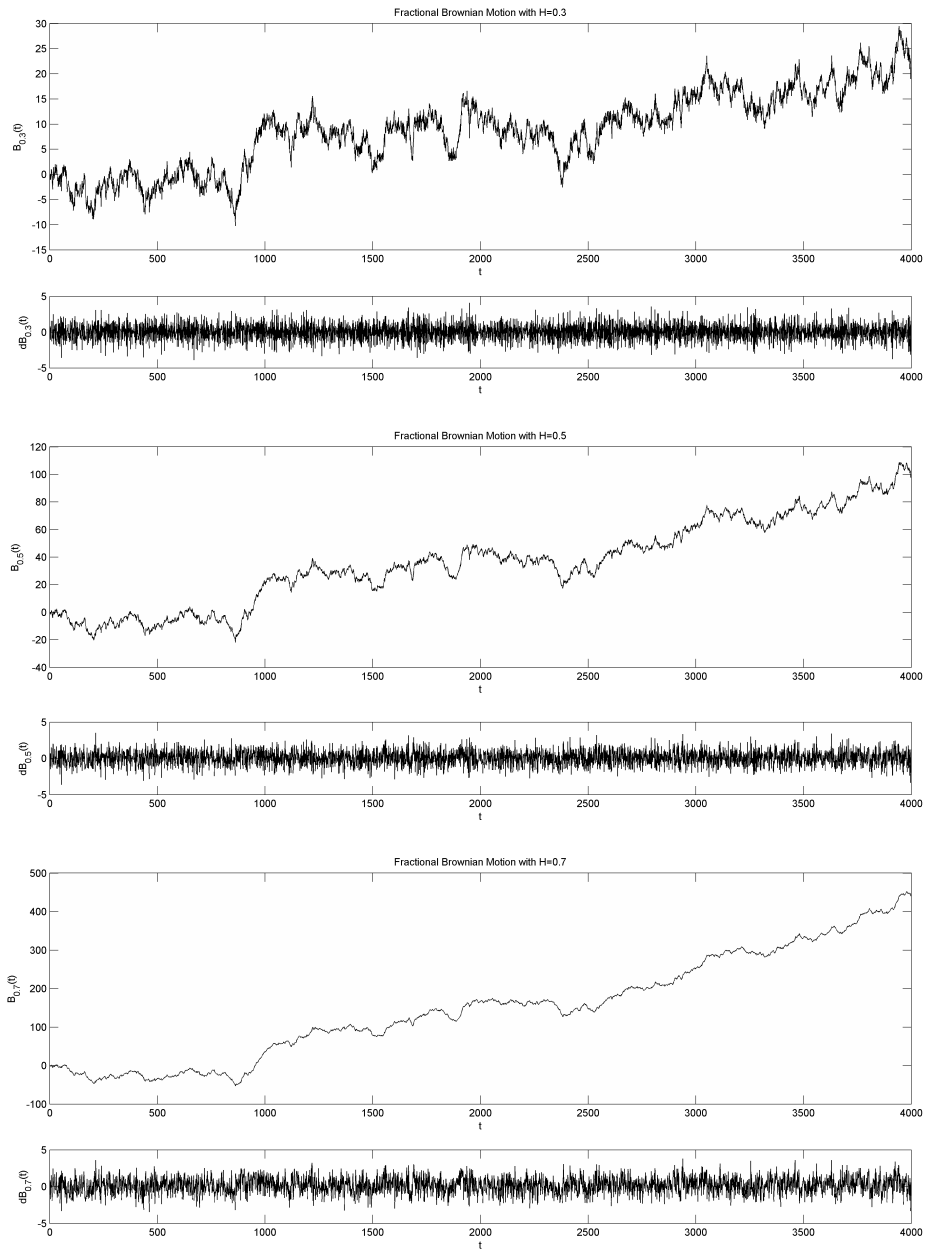


Abbildung 1:  $dB_H(t)$  und  $B_H(t)$  für  $M = 700$  und  $n = 8$  für  $H = 0,3$ ,  $H = 0,5$  und  $H = 0,7$

## 4 Bewertung der Datensimulation

Bevor die neue Methode zur Generierung von Finanzzeitreihen vorgestellt wird, soll in diesem Kapitel auf die Stärken und Schwächen der in Kapitel 3 genannten Verfahren eingegangen werden.

### 4.1 Bewertung der Data Scrambling Methode

Die Stärke dieser Methode ist, dass ohne viel Aufwand künstliche Finanzzeitreihen mit Open, High, Low und Close Kursen entstehen. Der entscheidende Nachteil ist aber, dass durch das zufällige neu anordnen der *Long Memory Effekt* verloren geht. Peters[19] zeigt in seinem Buch *Chaos and Order in the Capital Markets* eindrucksvoll was passiert, wenn Finanzzeitreihen zufällig angeordnet werden und zwar besitzen diese einen Hurst-Exponenten von  $H \approx 0,5$ . Der *Long Memory Effekt* ist somit verloren gegangen.

Desweiteren hängen die Eigenschaften der gewonnenen Zeitreihen vom Zufall ab. Es ist weder möglich ein bestimmtes Trendverhalten, noch die Volatilität gezielt zu beeinflussen.

### 4.2 Bewertung der fraktionale Brownsche Bewegung

Betrachtet man Abbildung 1 scheint die fraktionale Brownsche Bewegung eine geeignete Methode zu sein, um Open und Close Kurse zu simulieren. Die Schwäche ist, dass die Zufallsvariable  $\xi$  normalverteilt ist. Somit sind die erzeugten künstlichen Kurse ebenfalls normalverteilt (vgl. Abbildung 2).

Es ist allgemein bekannt, dass die Normalverteilung keine geeignete Verteilung ist, um die Änderung von Finanzzeitreihen zu modellieren. Mandelbrot[10] und Mandelbrot und Taylor[12] gehörten zu den Ersten, die dies anprangerten. In Abbildung 3 bekommt man einen Eindruck, welcher Verteilung echte Finanzzeitreihen gleichen. Zu sehen ist das Histogramm der Änderungen ( $Open(t) - Close(t)$ ) des EUR/USD Stundencharts. In Rot ist eine Normalverteilung gezeichnet um das Histogramm anzunähern. In Grün die Annäherung mit einer Cauchy-Verteilung. Es ist ersichtlich, dass die Cauchy-Verteilung wesentlich besser auf die Verteilung passt, als die Normalverteilung. Auch Mandelbrot[11] empfiehlt die Cauchy-Verteilung als geeignete Verteilung um die Renditen von Finanzzeitreihen zu approximieren. Arbeiten von Möhring[17] zeigen ebenfalls die Eignung der Cauchy-Verteilung.

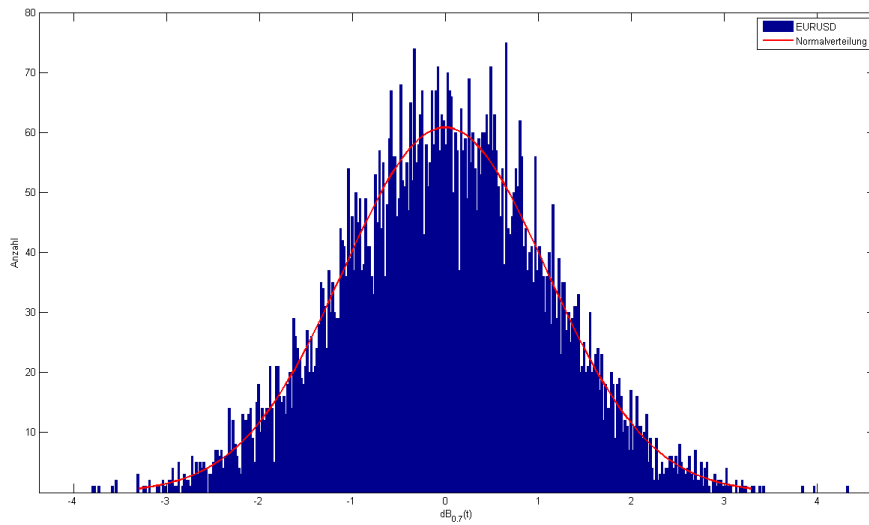


Abbildung 2: Histogramm der Änderung  $dB_{0,7}(t)$  einer fraktionalen Brownschen Bewegung mit  $H=0,7$ . In Rot Annäherung durch eine Normalverteilung mit MATLAB (histfit)

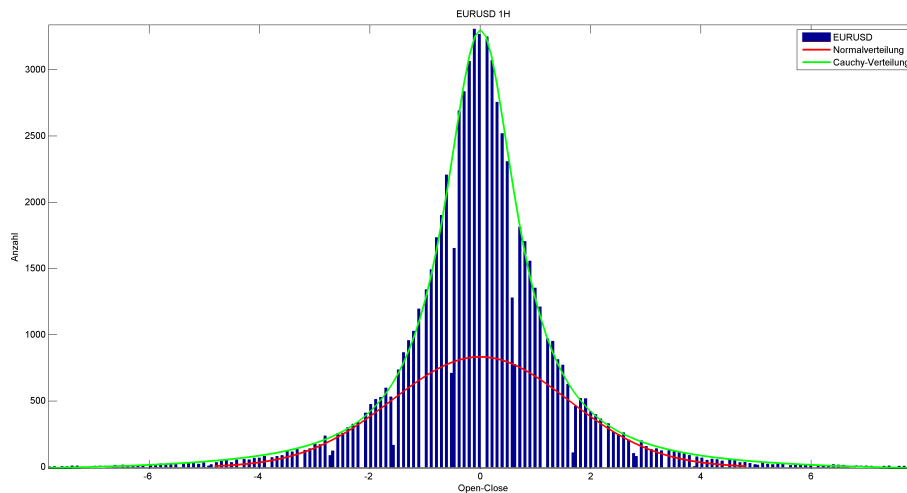


Abbildung 3: Histogramm der Änderung  $(Open(t) - Close(t))$  des EUR/USD Stundencharts. In Rot Annäherung durch eine Normalverteilung mit MATLAB (histfit). In Grün Annäherung durch eine Cauchy-Verteilung mit den Parametern  $\lambda = 0,0008$  und  $\mu = 0$

## 5 Die neue Methode

Wie gezeigt sind Finanzzeitreihen nicht normalverteilt und viele Studien zeigen das Finanzzeitreihen *Long Memory Effekte* besitzen. Es liegt also nahe, die Formel für die fraktionale Brownsche Bewegung so zu verändern, dass die Änderung  $dB_H(t)$  von  $B_H(t)$  einer Cauchy-Verteilung entspricht.

Desweiteren soll gezeigt werden, wie High und Low Kurse aus einer Cauchy-Verteilung erzeugt werden können, um die in der Technischen Analyse angewendete Kerzendarstellung zu ermöglichen.

### 5.1 Definition der neuen Formel

**Definition 4** *Basierend auf der fraktionalen Brownschen Bewegung aus Kapitel 3 wird die neue Formel wie folgt definiert:*

$$C_H(t) - C_H(t-1) = \frac{n^{-H}}{\Gamma\left(H + \frac{1}{2}\right)} \left\{ \sum_{i=1}^{nt} (i)^{H-\frac{1}{2}} \chi_{(1+n(M+t)-i)} + \sum_{i=1}^{n(M-1)} \left( (n+i)^{H-\frac{1}{2}} - (i)^{H-\frac{1}{2}} \right) \chi_{(1+n(M-1+t)-i)} \right\} \quad (6)$$

Wobei die Zufallsvariable  $\chi_i$  mit den Parametern  $\lambda$  und  $\mu$  cauchyverteilt ist.

### 5.2 Definition der Open und Close Kurse

**Definition 5** *Die Definition der Open und Close Kurse erfolgt mit:*

$$Open(t) = C_H(t) \quad (7)$$

und

$$Close(t) = Open(t+1) \quad (8)$$

zu

$$Close(t) = C_H(t+1) \quad (9)$$

### 5.3 Bestimmung der Parameter für die Cauchy-Wahrscheinlichkeitsverteilung

Möchte man künstliche Kurse eines bestimmten Marktes oder Timeframes erzeugen, so geschieht dies mit der Parametrisierung von  $\lambda$  und  $\mu$  der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen  $\chi$ . Sind Werte für diese Parameter nicht vorhanden, müssen diese empirisch bestimmt werden. Dazu wird ein Histogramm über die Änderungen ( $Open(t) - Close(t)$ ) eines Marktes erstellt. Anschließend werden analog zu Abbildung 3



die Parameter  $\lambda$  und  $\mu$  durch eine kontinuierliche Cauchy-Verteilung geschätzt. Mit der ermittelten Wahrscheinlichkeitsverteilung wird dann z.B. mit der inversen Transformationsmethode eine Schar der Zufallsvariablen  $\chi$  erzeugt.

Abbildung 4 zeigt eine künstliche Finanzzeitreihe die für  $H = 0,7$  und den Parametern  $\lambda = 0,0008$  und  $\mu = 0$  erzeugt wurde. Abbildung 5 zeigt  $dC_H(t)$  und die Annäherung des Histogramms durch eine Normalverteilung. Zu sehen ist, dass die Änderung nur unzulänglich durch eine Normalverteilung annäherbar ist. Das Histogramm ähnelt mehr der gewünschten Form von Abbildung 3 des Zielmarktes EUR/USD.

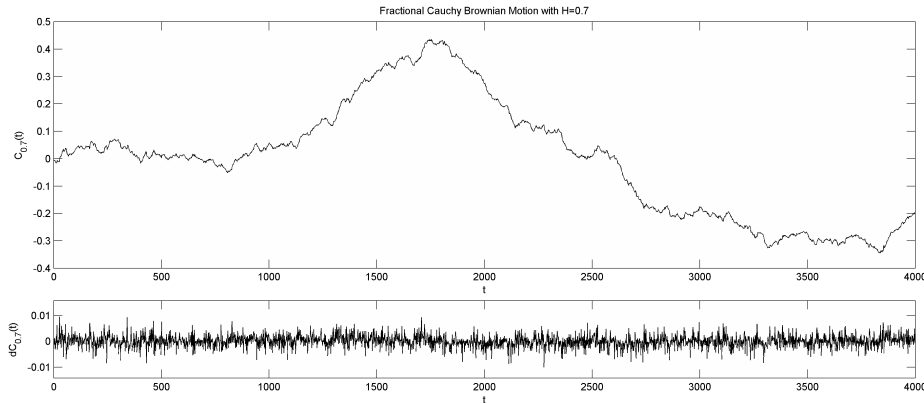


Abbildung 4: Zeitreihe  $C_{0,7}(t)$  und  $dC_{0,7}(t)$  mit der neuen Methode

## 5.4 Definition der High und Low Kurse

Für die in der Technischen Analyse übliche Kerzendarstellung werden außer der Open und Close Kurse noch Werte für High und Low benötigt. Bei dem Bereich  $Open(t) - Close(t)$  spricht man vom Kerzenkörper. Die High und Low Kurse bilden die sogenannten Lunten bzw. Dochte[18]. Betrachtet man ein Histogramm über die Länge der Dochte und Lunten, so fällt auf, dass dies auch mit einer Cauchy-Verteilung approximiert werden kann (vgl. Abb. 6). Jedoch mit einer nur rechtsseitig definierten, da der Wert von Lunte und Docht immer positiv ist.

**Definition 6** Die Annäherung des Histogramms erfolgt allgemein mit:

$$C(x) = f(x) \cdot \Theta(x) \quad (10)$$

$f(x)$  ist die Cauchy-Verteilung mit den Lageparametern  $\lambda$  und  $\mu$ .  $\Theta(x)$  ist die Heaviside-Funktion.

Die Idee ist es, auf den Kerzenkörper mit Hilfe einer Zufallsvariablen  $\chi_{Up/Docht}$  einen Wert zu addieren bzw. zu subtrahieren die der Verteilungsfunktion nach Definition 6 entspricht. Es wird analog zu Abschnitt 5.3 aus dieser Verteilung eine Schar von Zufallsvariablen  $\chi$  gebildet und damit für jeden Kerzentyp ein High und Low berechnet.

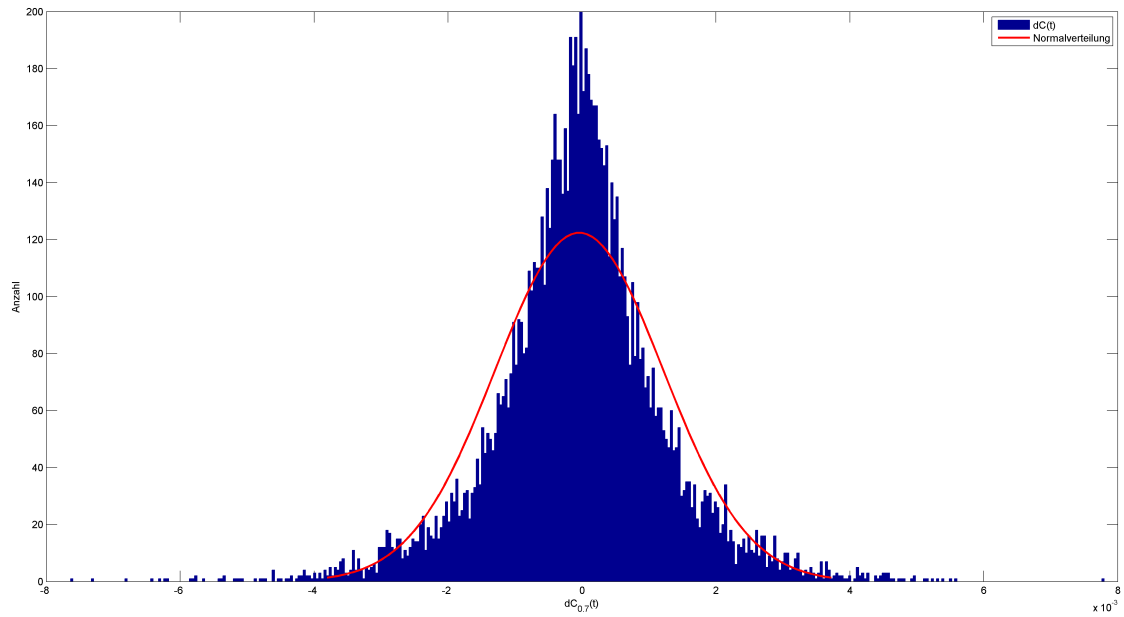


Abbildung 5: Histogramm von  $dC_{0,7}(t)$ . In Rot Annäherung durch Normalverteilung mit MATLAB (histfit)

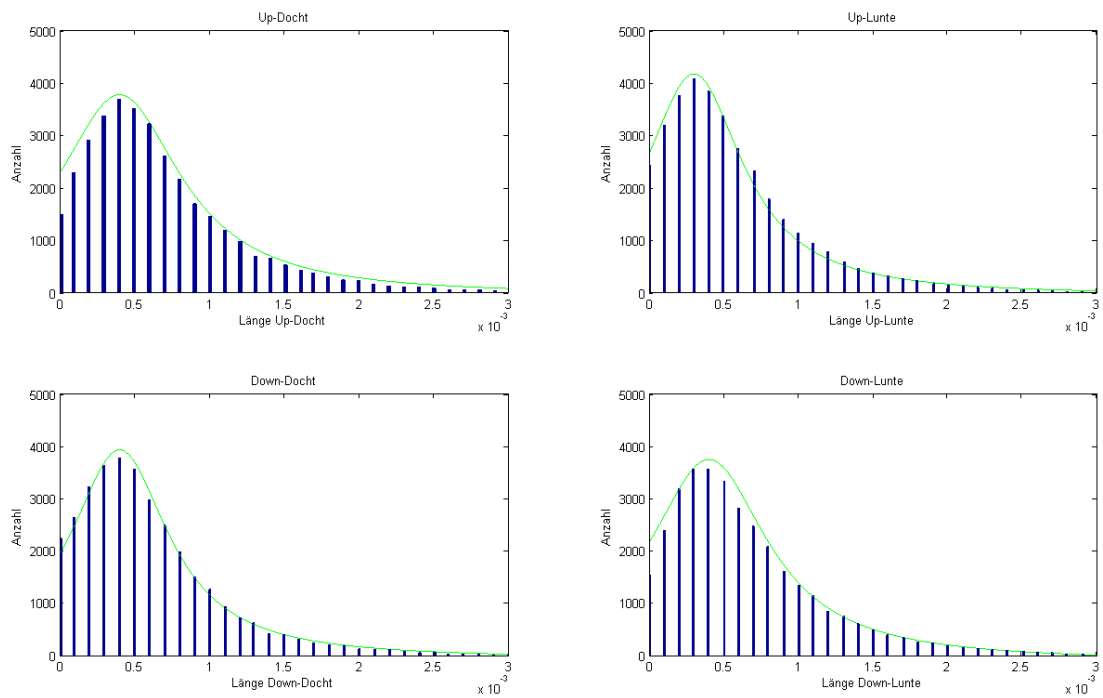


Abbildung 6: Histogramme der Dochte und Lunte. In Grün Annäherung durch Cauchy-Verteilung

**Definition 7** Die Berechnung der High und Low Kurse erfolgt für Up-Kerzen mit:

$$High_{Up}(t) = Close(t) + \chi_{UpDocht} \quad (11)$$

$$Low_{Up}(t) = Open(t) - \chi_{UpLunte} \quad (12)$$

und für Down-Kerzen mit:

$$High_{Down}(t) = Open(t) + \chi_{DownDocht} \quad (13)$$

$$Low_{Down}(t) = Close(t) - \chi_{DownLunte} \quad (14)$$

## 5.5 Ergebnis

Abbildung 7 zeigt einen Kerzenchart mit Open und Close Kursen, die mit der neuen Methode erzeugt wurden. Anschließend wurden die Lageparameter  $\lambda_{UpDocht}$  &  $\mu_{UpDocht}$ ,  $\lambda_{UpLunte}$  &  $\mu_{UpLunte}$ ,  $\lambda_{DownDocht}$  &  $\mu_{DownDocht}$  und  $\lambda_{DownLunte}$  &  $\mu_{DownLunte}$  der in Abbildung 6 gezeigten Cauchy-Verteilungen bestimmt und die Zufallsvariablen  $\chi_{UpDocht}$ ,  $\chi_{UpLunte}$ ,  $\chi_{DownDocht}$  und  $\chi_{DownLunte}$  nach Abschnitt 5.3 generiert. In Anschluss daran wurden die High und Low Kurse nach Definition 7 berechnet.

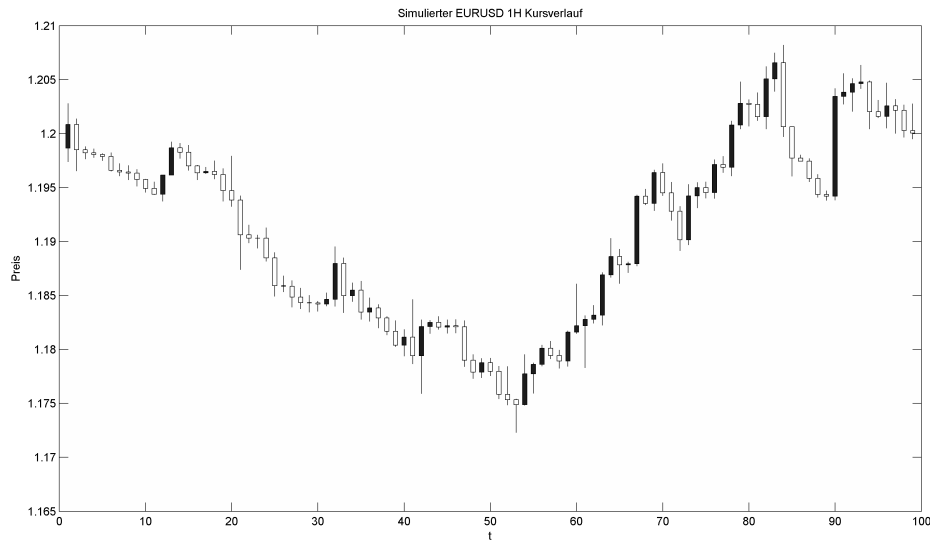


Abbildung 7: Simulierter EUR/USD Stundenchart

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Basierend auf der fraktionalen Brownschen Bewegung wurde ein neuer Ansatz entwickelt, um realitätsnahe Finanzzeitreihen zu erzeugen. Wie gezeigt, sind Finanzzeitreihen in der Regel nicht normalverteilt. Demnach wäre eine Datensimulation mit der fraktionalen Brownschen Bewegung realitätsfern. Gezeigt wurde, dass die Cauchy-Verteilung die Änderung von Finanzzeitreihen wesentlich genauer abbildet. Deshalb wurde die fraktale Brownsche Bewegung so modifiziert, dass deren Änderungen einer Cauchy-Verteilung entspricht (vgl. Abb. 5).

Desweiteren wurde ein Ansatz vorgestellt mit dem High und Low Kurse generiert werden können. Die Methode basiert auf einer nur rechtsseitig definierten Cauchy-Verteilung. Damit ist es möglich, die in der Technischen Analyse übliche Kerzenchartdarstellung zu realisieren.

Mit dem gezeigten Ansatz hat der Entwickler von mechanischen Handelssystemen verschiedene Möglichkeiten. Zu einem kann der Entwickler künstliche Finanzzeitreihen erzeugen die den Eigenschaften eines bestimmten Marktes entsprechen. Mit diesen künstlichen Daten ist es möglich, die Überoptimierung auf Originaldaten zu verhindern.

Für die Chancenbewertung können verschiedene Marktszenarien durchgespielt werden. So ist es z.B. möglich durch Veränderung von  $H$ , trendstarke bzw. trendschwache Zeitreihen zu simulieren. Durch Veränderung der Parameter  $\lambda$  und  $\mu$  der Cauchy-Verteilung können verschiedene Volatilitäten modelliert werden. Ist ein Handelssystem auf möglichst vielen Marktszenarien profitabel, so ist dies ein Hinweis auf ein robustes System.

Trotz vieler Verbesserungen der vorhandenen Verfahren bleiben weiterhin einige Herausforderungen. So muss die Generierung der High und Low Kurse noch genauer untersucht werden. Nach der gezeigten Methode ist die Höhe der High und Low Kurse unabhängig von der Höhe des Kerzenkörpers. Es muss noch näher analysiert werden inwieweit die Länge des Kerzenkörpers mit der Länge der Lunte bzw. des Dochtes korreliert. So könnte es sein das in der Regel ein langer Kerzenkörper einen langen Docht bzw. Lunte besitzt und ein kurzer Kerzenkörper eine kurze Lunte bzw. Docht. Desweiteren können noch Verfahren zur Generierung von z.B. Saisonalen Effekten entwickelt werden. Die Generierung der Zufallsvariablen mit anderen Verteilungen wäre ebenso denkbar.

Zusammenfassend sei festgestellt, dass die gezeigten Verfahren ausschließlich auf den Kursdaten basieren und somit dem Konzept der Technischen Analyse entsprechen.

## Literatur

- [1] K. Aydogan und G. G. Booth. »Are there long cycles in common stock returns?« In: *Southern Econ. J.* 55 (1988), S. 141–149.
- [2] Frank E. Beichelt und Douglas C. Montgomery. *Teubner-Taschenbuch der Stochastik: Wahrscheinlichkeitstheorie, Stochastische Prozesse, Mathematische Statistik*. Vieweg+Teubner, 2003.
- [3] Volker Butzlaff. *Monte Carlo Simulation und System Trading*. München: Norderstedt Books on Demand GmbH, 2006.
- [4] Y. Chueng. »Long Memory in Foreign Exchange Rates«. In: *Journal of Business and Economic Statistics* 1 (1992), S. 93–101.
- [5] Jens Feder. *Fractals*. Physics of solids and liquids. New York [u.a.]: Plenum Pr., 1988.
- [6] B. P. Helms, F. R. Kaen und R. E. Rosenman. »Memory in Commodity Futures Contracts«. In: *Journal of Futures Markets* 4 (1984), S. 559–567.
- [7] H.E. Hurst. »Long-term storage capacity of reservoirs«. In: *Transactions of the American Society of Civil Engineers* 116 (1951), S. 770–799.
- [8] Andrew W. Lo. »Long-term memory in stock market prices«. In: *Econometrica* 59 (1991), S. 1279–1313.
- [9] V. Madhavan und H. Pruden. »Implications for Risk Management and Regulation: A study of long-term dependence in the Credit Default Swap (CDS) Indices Market«. In: *IFTA Journal* 2011 (2010), S. 36–44.
- [10] Benoît B. Mandelbrot. »The variation of certain speculative price«. In: *The Journal of Business* 36 (1963), S. 394–419.
- [11] Benoît B. Mandelbrot und Richard L. Hudson. *Fraktale und Finanzen : Märkte zwischen Risiko, Rendite und Ruin*. München: Piper, 2005.
- [12] Benoît B. Mandelbrot und H. W. Taylor. »On the distribution of stock price differences«. In: *Operations Research* 15 (1967), S. 1057–1062.
- [13] Benoît B. Mandelbrot und John W. Van Ness. »Fractional Brownian Motion, Fractional Noises and Applications«. In: *SIAM Review* 10 (1968), S. 422–437.
- [14] Benoît B. Mandelbrot und J. R. Wallis. »Computer experiments with fractional Gaussian noises. Part 1: Sample graphs, averages and variances«. In: *Water Resources Research* 5 (1969), S. 228–241.
- [15] Benoît B. Mandelbrot und J. R. Wallis. »Computer experiments with fractional Gaussian noises. Part 2: Rescaled bridge range and pox diagrams«. In: *Water Resources Research* 5 (1969), S. 228–241.
- [16] Benoît B. Mandelbrot und J. R. Wallis. »Computer experiments with fractional Gaussian noises. Part 3: Mathematical appendix«. In: *Water Resources Research* 5 (1969), S. 260–267.

- [17] Jens Möhring. »Statistik zwischen Euphorie und Panik«. In: *VTAD Award 2009* (2009).
- [18] John J. Murphy. *Technische Analyse der Finanzmärkte*. FinanzBuch Verlag, 2006.
- [19] Edgar E. Peters. *Chaos and order in the capital markets : a new view of cycles, prices, and market volatility*. 1. [print.] Wiley finance editions. New York [u.a.]: Wiley, 1991.
- [20] Arne Wünsche. »Long Memory Effekte in Finanzzeitreihen«. Diplom. Humboldt Universität zu Berlin, 2000.