

Handelsstrategien auf Basis von Strukturbrüchen bei Korrelationen und Volatilitäten

Dominik Wied
TU Dortmund
Fakultät Statistik
44221 Dortmund

E-mail: wied@statistik.tu-dortmund.de

Daniel Ziggel*
quasol GmbH
Marktallee 8

48165 Münster, Germany

E-mail: daniel.ziggel@quasol.de

12. April 2011

1 Einleitung

Inzwischen gilt bei Zeitreihen von Wertpapieren als erwiesen, dass sich die Marktparameter Volatilität und Korrelation über die Zeit ändern (Schwert, 1989, Bissantz et al., 2010b). Dabei scheinen besonders die Parameter der Zeitreihen von Aktien extrem stark zu schwanken. Ein gutes Beispiel stellt hier die Finanzkrise dar, während der Volatilitäten und Korrelationen extrem anstiegen. In der Konsequenz wurden Risikokennzahlen unterschätzt und Diversifikationseffekte überschätzt, so dass die resultierenden Verluste teils dramatisch waren (Bissantz et al., 2010a). In der Literatur wird dieses Phänomen als „Correlation Breakdown“ oder „Diversification Meltdown“ bezeichnet (Campbell et al., 2008).

Eine Änderung von Marktparametern hat ernste Konsequenzen für die Praxis. Besonders für die Portfoliooptimierung, die meist auf parametrischen Annahmen beruht und versucht, Diversifikationseffekte zwischen Wertpapieren auszunutzen. Aber auch für parametrische Schätzungen des Risikos im Risikomanagement. Werden die Parameter falsch (ein-)geschätzt, sind die resultierenden Risikokennzahlen nicht valide und verlässlich.

Überraschenderweise gibt es kaum formale Methoden, um auf die Änderung von Marktparametern zu testen. Entweder benötigen die vorhandenen Ansätze starke parametrische Annahmen (A. Dias und P. Embrechts, 2004), setzen voraus, dass die Zeitpunkte der Änderung bekannt sind (E.S. Pearson und S.S. Wilks, 1933; Jennrich, 1970; Goetzmann et al., 2005), oder schätzen die Parameter aus rollierenden Fenstern ohne eine konkrete Entscheidungsregel anzugeben (F. Longin und B. Solnik, 1995). Lediglich P. Galeano und D. Peña, 2007, und Aue et al., 2009, stellten formale Tests für Änderungen in der Kovarianzmatrix vor. Da die Kovarianz im Fall genau eines Wertpapiers der Varianz

*Korrespondierender Autor

entspricht, kann mit diesem Test auch auf konstante Varianz getestet werden. Jedoch ist nicht festzustellen, ob sich Korrelationen geändert haben.

In dieser Arbeit stellen wir nichtparametrische Verfahren vor, mit denen einzeln auf Änderungen bei Korrelationen bzw. Volatilitäten getestet werden kann - und dies für einzelne Wertpapiere bzw. Paare von Wertpapieren. Daneben zeigen wir verschiedene Anwendungsmöglichkeiten auf und entwickeln Handelsstrategien aus ihnen. Hier zeigt sich, dass weit überdurchschnittliche Renditen erzielbar sind - mit gleichzeitig sehr stabilem Portfolioverlauf.

Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut. Zuerst beschreiben wir den Test und die benötigten Annahmen. Danach wenden wir den Test auf reale Zeitreihen an und beschreiben die Ergebnisse. Darauf folgt die Einführung und Auswertung der Handelsstrategie vor einem Fazit. Umständliche Formeln finden sich im Appendix.

2 Modell und Teststatistik

Sei $(X_t, t = 1, 2, \dots)$ die Zeitreihe eines Wertpapiers.¹ Dies könnten beispielsweise die täglichen Schlusskurse des DAX für die letzten 20 Jahre sein. Nun wollen wir testen, ob die Varianz² der Zeitreihe konstant ist, d.h. wir testen

$$H_0 : \text{Var}(X_t) = \sigma^2 \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad \text{vs.} \quad H_1 : \exists t \in \{1, \dots, T-1\} : \text{Var}(X_t) \neq \text{Var}(X_{t+1})$$

für ein konstantes σ^2 . Unsere Teststatistik lautet:

$$V_T(X) = \max_{1 \leq j \leq T} \left| \hat{D} \frac{j}{\sqrt{T}} ([\text{Var}X]_j - [\text{Var}X]_T) \right| \quad (1)$$

Der Test verwirft die Nullhypothese einer konstanten Varianz, wenn die empirische Varianz $[\text{Var}X]_i$ zu viel schwankt. Dies wird durch den Ausdruck $\max_{1 \leq j \leq T} |[\text{Var}X]_j - [\text{Var}X]_T|$ gemessen. Dabei gewichtet der Faktor $\frac{j}{\sqrt{T}}$ Beobachtungen am Anfang der Zeitreihe niedriger, da dort die Schwankungen der Schätzer noch größer sind. Das \hat{D} wird benötigt, um eine asymptotische Verteilung unter der Nullhypothese bestimmen zu können.³

Mit schwachen mathematischen Annahmen kann man nun zeigen, dass $V_T(X)$ unter der Nullhypothese gegen eine Brownsche Brücke konvergiert. Da diese Verteilung bekannt ist (Billingsley, 1968), ist ein formaler Test möglich.

¹Auf die formalen mathematischen Voraussetzungen verzichten wir aus Gründen der Lesbarkeit. Sie können aber bei Interesse bei den Autoren angefragt werden.

²Die Volatilität ist die Wurzel der Varianz. Daher ist es gleichwertig, auf welche Änderung man testet.

³Die genaue Darstellung findet sich im Appendix.

Der Test für konstante Korrelationen hat einen ähnlichen Aufbau. Allerdings werden nun natürlich zwei Zeitreihen ($X_t, t = 1, 2, \dots$) und ($Y_t, t = 1, 2, \dots$) benötigt. Damit ergibt sich folgende Teststatistik:

$$K_T(X) = \max_{2 \leq j \leq T} \left| \tilde{D} \frac{j}{\sqrt{T}} (\hat{\rho}_j - \hat{\rho}_T) \right| \quad (2)$$

Dabei ist $\hat{\rho}_k$ der empirische Korrelationskoeffizient, der aus den ersten k Beobachtungen berechnet wurde. Der Test verwirft die Nullhypothese einer konstanten Korrelation, wenn der empirische Korrelationskoeffizient zu viel schwankt. Dies wird durch den Ausdruck $\max_{2 \leq j \leq T} |\hat{\rho}_j - \hat{\rho}_T|$ gemessen. Der Faktor $\frac{j}{\sqrt{T}}$ gewichtet wieder frühe Beobachtungen geringer als späte. Daneben misst der Faktor \tilde{D} die Volatilität von X_t und Y_t sowie die Abhängigkeit von (X_t, Y_t) über die Zeit. Dies ist notwendig, um wieder die Konvergenz gegen eine Brownsche Brücke zu zeigen.⁴

2.1 Testprozedur

Wie bereits erwähnt, die Quantile der asymptotischen Verteilung lassen sich einfach nachschlagen. So betragen diese für gängige Konfidenzintervalle:

- 1,073 (80%)
- 1,224 (90%)
- 1,358 (95%)
- 1,628 (99%)

Ist nun bspw. die Teststatistik $K_T(X) > 1,358$, so hat sich die Korrelation mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% geändert. Wertet man nun noch den Term $\max_{2 \leq j \leq T} (\hat{\rho}_j - \hat{\rho}_T)$ getrennt aus, so lässt sich ebenfalls ermitteln, ob die Korrelation gestiegen oder gefallen ist. Gilt bspw. für das Maximum $\hat{\rho}_T > \hat{\rho}_j$ so ist diese gestiegen und vice versa. Dies ist für verschiedene Anwendungen eine interessante Information. Analoges gilt für die Teststatistik $V_T(X)$.

3 Strukturbrüche

Um die Qualität des Tests zu zeigen, wenden wir ihn auf verschiedene Zeitreihen an und bestimmen die Daten der Strukturbrüche für verschiedene Wertpapiere.⁵ Dabei berücksichtigen wir unterschiedliche Assetklassen: zwei Aktienindizes (S&P 500, DAX), einen Rohstoffindex (CRB Spot Index) und einen Rentenindex (REX). Wir verwenden tägliche Daten (Schlusskurse) für den Zeitraum 01.01.1988 - 01.04.2010.

⁴Die formale Darstellung von \hat{D} und \tilde{D} ist sehr lang und kompliziert. Daher wird an dieser Stelle auf eine genauere Angabe verzichtet und im Appendix nachgeholt. Es soll jedoch festgehalten werden, dass sich beide Werte allein aus der Zeitreihe berechnen lassen.

⁵Als Strukturbruch bezeichnen wir die signifikante Änderung von Korrelationen oder Volatilitäten.

Die Testprozedur ist dabei klar definiert. Wir starten mit dem 20. Datenpunkt und erhöhen die Testperiode sukzessive um einen Tag. Die Wahl des Startpunkts ist dadurch bedingt, dass ungefähr 20 Datenpunkte notwendig sind, um die Parameter verlässlich zu schätzen. Dieses Vorgehen wird beibehalten, bis der Test die Nullhypothese verwirft, d.h. eine Änderung der Parameter feststellt. Nun wird wieder 20 Tage gewartet und die Prozedur für den restlichen Zeitraum wiederholt. Das Warten von 20 Tagen ist notwendig, da sich die Parameter geändert haben, 20 Datenpunkte zum Schätzen notwendig sind und die Daten von zwei verschiedenen Strukturen nicht vermischt werden dürfen. Die Tabellen 1 und 2 enthalten die Ergebnisse für ein Konfidenzniveau von $\alpha = 5\%$.

Es zeigt sich, dass es eine große Übereinstimmung zwischen Strukturbrüchen und markanten bzw. längerfristigen Trendwechseln gibt. So sind bspw. vermehrte Strukturbrüche während der Dotcom-Krise und der Finanzkrise zu erkennen. Dagegen treten in stabilen Marktphasen kaum Strukturbrüche auf. Natürlich ist die Sensitivität davon abhängig welches Konfidenzniveau gewählt wird. Dabei gilt, je niedriger das Konfidenzniveau, desto früher und sensibler reagiert der Test. Andersrum gilt natürlich, dass ein höheres Niveau zu späteren Ablehnungen der Nullhypothese führt.

Um zu belegen, dass signifikante Trends durch Strukturbrüche separiert werden können, zeigt Tabelle 3 analysierte Werte der Rendite und Volatilität zwischen Strukturbrüchen für den DAX. Dabei ist zu erkennen, dass zwischen den Bruchstellen ungewöhnlich große Kursbewegungen auftreten. Das Ausnutzen dieser Trendbildung stellt die Grundidee der später eingeführten Handelsstrategie dar.

3.1 Anwendungsmöglichkeiten

Bevor wir auf die Handelsstrategie eingehen, wollen wir verschiedene Anwendungsmöglichkeiten der Tests beschreiben. Die ursprüngliche Idee bei der Entwicklung des Tests war es, optimale Zeitpunkte für die Neuoptimierung eines Portfolios zu finden. Sollten sich nämlich die Input-Parameter (u.a. Korrelationen und Volatilitäten) signifikant ändern, wäre das Optimierungsergebnis nicht länger valide. Somit können die Tests für das optimale *Timing* genutzt werden.

Eine weitere Anwendung ist die Implementation einer *Alert-Funktion*. Sollten ungünstige Parameterverschiebungen eintreten, können Warnmeldungen für das Risikomanagement generiert werden. Auf Basis dieser Funktion lassen sich auch *Parameterschätzungen* signifikant verbessern.

Daneben können, wie bereits beschrieben, *Trends* erkannt werden. Dies lässt sich bspw. über eine Ampellogik darstellen. Alternativ können auch ganze *Handelsstrategien* auf Basis von Strukturbrüchen entwickelt werden.

4 Handelsstrategie

Die bisherigen Ergebnisse zeigen, dass Änderungen der Marktparameter verlässlich entdeckt werden können. Um zu zeigen, dass auch Handelsstrategien mit den Tests entwickelt werden können, zeigen wir hier die out-of-sample Studie einer einfachen Handelsstrategie.

Die Strategie ist dabei wie folgt definiert. Der Zeitraum seit dem letzten Strukturbruch wird dazu verwendet, den historischen Mittelwert zu berechnen. Dieser wird als Prognose für die Zukunft betrachtet. Long-Positionen werden eingegangen, wenn der Erwartungswert positiv ist. Short-Positionen natürlich nur, wenn der Erwartungswert negativ ist. Daneben ist es nur erlaubt Assets zu kaufen, deren letzter Strukturbruch 20 Tage oder mehr in der Vergangenheit liegt. Letztendlich wird das Kapital auf alle erlaubten Positionen gleichverteilt.

Um einen objektiven Backtest zu gewährleisten, treffen wir folgende Annahmen:

- Der Test wird jeden Tag zu den Schlusskursen durchgeführt
- Die Transaktion wird am nächsten Tag zum Schlusskurs getätigt
- Es werden keine Transaktionskosten, Steuern oder Gebühren berücksichtigt
- Es werden keine Währungsschwankungen berücksichtigt
- Es wird ein tägliches Rebalancing unterstellt
- Das Konfidenzniveau des Tests beträgt $\alpha = 5\%$

Wir möchten darauf hinweisen, dass die Strategie (wie sie hier dargestellt ist) auf Indizes beruht, die sehr günstig über ETFs und ETCs abbildbar sind. Daher spielen die (Transaktions-)Kosten nur eine geringe Rolle.

Für die Strategie verwenden wir folgende Indizes:

- EuroStoxx 50 (Long & Short)
- MSCI Emerging Markets (Long)
- Gold Feinunze (Long)
- iBoxx Eurozone 3-5 Jahre (Long & Short)

Die Auswahl der Indizes basiert auf zwei Motiven. Einerseits soll das Anlageuniversum einfach und übersichtlich gehalten werden. Andererseits soll gewährleistet sein, dass in vielen verschiedenen Marktphasen die richtigen Instrumente zur Verfügung stehen. Mit den vier oben genannten Indizes, bzw. sechs Handlungsmöglichkeiten, kann von steigenden und fallenden Aktienmärkten profitiert werden. Daneben von steigenden und fallenden Zinsen und von Inflationsängsten. Daher kann ein Großteil möglicher Szenarien abgedeckt werden. Daneben sind alle Indizes über ETFs bzw. ETCs abbildbar.

4.1 Ergebnisse

Wir beschränken uns hier auf die Strategie, die auf Brüchen bei den Volatilitäten beruht, da sich die Ergebnisse ähneln. Die Ergebnisse der Handelsstrategie finden sich in Tabelle 4 und Abbildung 1.

Die Strategie erzielt eine weit überdurchschnittliche Rendite. Dabei ist der Portfolioverlauf sehr stabil - auch und gerade während der Finanzkrise. Dieses Ergebnis ist besonders erwähnenswert, da drei riskante Indizes in der Strategie verwendet werden. Im Vergleich zum Durchschnitt der verwendeten Indizes stellt sich eine deutliche Verbesserung ein. Während die Rendite um 50,07% höher ist, sinkt die Volatilität um 33,51%. Auch die Sharpe Ratio ist mit ca. 1,0 sehr gut.

Abbildung 2 zeigt die Portfoliogewichte der Strategie im Zeitverlauf. Es zeigt sich deutlich, dass die Portfoliogewichte zwischen Krisen sehr stabil sind, während in Krisenzeiten größere Umschichtungen anfielen. Dies garantiert die gute Performance während der Finanzkrise und die Vermeidung von (hohen) Verlusten.

Wir möchten an dieser Stelle ausdrücklich darauf hinweisen, dass sich natürlich alternative und ausgefeiltere Strategien mit den Tests konstruieren lassen. Jedoch haben wir für diese Arbeit bewusst eine einfache und objektiv nachvollziehbare Strategie gewählt, um das Prinzip und den hohen Nutzen zu verdeutlichen. Da bereits mit diesen (einfachen) Mitteln ein sehr gutes Ergebnis zu erzielen ist, ist zu erwarten, dass eine weitere Verfeinerung der Strategie einen zusätzlichen Mehrwert bringen wird.

4.2 Abgrenzung

Zum Ende des Kapitels möchten wir eine Abgrenzung der Handelsstrategie zu anderen Trendfolgestrategien vornehmen. Trendfolgestrategien versuchen, gewinnbringend in bereits erkennbare Trends zu investieren. Sie kaufen bei steigenden Kursen und verkaufen bzw. gehen short bei fallenden Kursen. Dabei verwenden Trendstrategien oft Methoden der Chartanalyse oder Trendindikatoren (z.B. Momentumindikatoren). Dabei sind die Regeln, trotz formal definierter Entscheidungskriterien, subjektiv und nicht theoretisch hergeleitet. Wieso nimmt man beispielsweise einen Trendwechsel beim Durchbruch des 30-Tage gleitenden Durchschnitts an? Wieso nicht beim Durchschnitt der letzten 28- oder 32 Tage? Wieso sollte der Bruch einem Trendwechsel entsprechen? Wie bereits beschrieben - hier gilt zwar eine klar definierte Konvention, diese ist jedoch nicht theoretisch begründet.

Bei Trends, die über Strukturbrüche definiert sind, ist dies anders. Zwar gibt es auch hier klar definierte Regeln, jedoch sind diese auch theoretisch klar begründet. So wird vom einem Trendwechsel (Strukturbruch) gesprochen, wenn sich die Marktparameter ändern. Dass es einen (starken) Zusammenhang zwischen Renditen, Korrelationen und Volatilitäten gibt, ist inzwischen durch mehrere wissenschaftliche Arbeiten belegt. Somit haben die Trends objektive und wissenschaftlich fundierte Grundlagen (vgl. Schwert, 1989, Merton, 1980 oder Bollerslev et al., 1988) .

5 Fazit

Wir haben zwei neue statistische Tests beschrieben und dargestellt, welche Anwendungsmöglichkeiten sich für die Praxis ergeben. Daneben haben wir auf Basis der Tests eine (einfache) Handelsstrategie konstruiert und mit einer out-of-sample Studie nachgewiesen, dass sie gute Ergebnisse liefert. Daneben haben wir eine Abgrenzung zu anderen Trendfolgestrategien vorgenommen.

Aus Gründen der Lesbarkeit haben wir dabei versucht, mathematische Details und Formalitäten zu vermeiden.

6 Appendix

Um dem geneigten Leser die Nachprogrammierung zu ermöglichen, geben wir an dieser Stelle die formale Definition von \hat{D} bzw. \tilde{D} an. Zum Verständnis der Arbeit ist es jedoch ausreichend zu wissen, dass die Werte allein aus der Kurshistorie zu berechnen sind. \hat{D} berechnet sich aus:

$$\hat{D} = (1 - 2\overline{X_T})^{-1} (\hat{D}_1)^{-1/2}$$

mit

$$\hat{D}_1 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \hat{U}'_i \hat{U}_i + 2 \sum_{j=1}^T k\left(\frac{j}{\gamma_T}\right) \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T-j} \hat{U}'_i \hat{U}_{i+j}$$

und

$$\hat{U}_l = \begin{pmatrix} X_l^2 - \overline{X_T^2} \\ X_l - \overline{X_T} \end{pmatrix},$$

$$k(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & |x| \leq 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases},$$

$$\gamma_n = \sqrt{T}.$$

\tilde{D} berechnet sich aus:

$$\tilde{D} = (\hat{F}_1 \hat{D}_{3,1} + \hat{F}_2 \hat{D}_{3,2} + \hat{F}_3 \hat{D}_{3,3})^{-\frac{1}{2}}$$

mit

$$\begin{pmatrix} \hat{F}_1 & \hat{F}_2 & \hat{F}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{D}_{3,1} \hat{E}_{11} + \hat{D}_{3,2} \hat{E}_{21} + \hat{D}_{3,3} \hat{E}_{31} \\ \hat{D}_{3,1} \hat{E}_{12} + \hat{D}_{3,2} \hat{E}_{22} + \hat{D}_{3,3} \hat{E}_{32} \\ \hat{D}_{3,1} \hat{E}_{13} + \hat{D}_{3,2} \hat{E}_{23} + \hat{D}_{3,3} \hat{E}_{33} \end{pmatrix}',$$

$$\hat{E}_{11} = \hat{D}_{1,11} - 4\hat{\mu}_x \hat{D}_{1,13} + 4\hat{\mu}_x^2 \hat{D}_{1,33},$$

$$\hat{E}_{12} = \hat{E}_{21} = \hat{D}_{1,12} - 2\hat{\mu}_x \hat{D}_{1,23} - 2\hat{\mu}_y \hat{D}_{1,14} + 4\hat{\mu}_x \hat{\mu}_y \hat{D}_{1,34},$$

$$\hat{E}_{22} = \hat{D}_{1,22} - 4\hat{\mu}_y \hat{D}_{1,24} + 4\hat{\mu}_y^2 \hat{D}_{1,44},$$

$$\hat{E}_{13} = \hat{E}_{31} = -\hat{\mu}_y \hat{D}_{1,13} + 2\hat{\mu}_x \hat{\mu}_y \hat{D}_{1,33} - \hat{\mu}_x \hat{D}_{1,14} + 2\hat{\mu}_x^2 \hat{D}_{1,34} + \hat{D}_{1,15} - 2\hat{\mu}_x \hat{D}_{1,35},$$

$$\hat{E}_{23} = \hat{E}_{32} = -\hat{\mu}_y \hat{D}_{1,23} + 2\hat{\mu}_x \hat{\mu}_y \hat{D}_{1,44} - \hat{\mu}_x \hat{D}_{1,24} + 2\hat{\mu}_y^2 \hat{D}_{1,34} + \hat{D}_{1,25} - 2\hat{\mu}_y \hat{D}_{1,45},$$

$$\hat{E}_{33} = \hat{\mu}_y^2 \hat{D}_{1,33} + 2\hat{\mu}_x \hat{\mu}_y \hat{D}_{1,34} - 2\hat{\mu}_y \hat{D}_{1,35} + \hat{\mu}_x^2 \hat{D}_{1,44} + \hat{D}_{1,55} - 2\hat{\mu}_x \hat{D}_{1,45},$$

$$\hat{D}_1 = \begin{pmatrix} \hat{D}_{1,11} & \hat{D}_{1,12} & \hat{D}_{1,13} & \hat{D}_{1,14} & \hat{D}_{1,15} \\ \hat{D}_{1,21} & \hat{D}_{1,22} & \hat{D}_{1,23} & \hat{D}_{1,24} & \hat{D}_{1,25} \\ \hat{D}_{1,31} & \hat{D}_{1,32} & \hat{D}_{1,33} & \hat{D}_{1,34} & \hat{D}_{1,35} \\ \hat{D}_{1,41} & \hat{D}_{1,42} & \hat{D}_{1,43} & \hat{D}_{1,44} & \hat{D}_{1,45} \\ \hat{D}_{1,51} & \hat{D}_{1,52} & \hat{D}_{1,53} & \hat{D}_{1,54} & \hat{D}_{1,55} \end{pmatrix} = \sum_{t=1}^T \sum_{u=1}^T k\left(\frac{t-u}{\gamma_T}\right) V_t V_u',$$

$$V_t = \frac{1}{\sqrt{T}} U_t^{***}, \gamma_T = [\log T],$$

$$U_t^{***} = \left(X_t^2 - \overline{(X^2)}_T \quad Y_t^2 - \overline{(Y^2)}_T \quad X_t - \bar{X}_T \quad Y_t - \bar{Y}_T \quad X_t Y_t - \overline{(XY)}_T \right)',$$

$$k(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & |x| \leq 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases},$$

$$\hat{\mu}_x = \bar{X}_T, \hat{\mu}_y = \bar{Y}_T, \hat{D}_{3,1} = -\frac{1}{2} \frac{\hat{\sigma}_{xy}}{\hat{\sigma}_y} \hat{\sigma}_x^{-3}, \hat{D}_{3,2} = -\frac{1}{2} \frac{\hat{\sigma}_{xy}}{\hat{\sigma}_x} \hat{\sigma}_y^{-3}, \hat{D}_{3,3} = \frac{1}{\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y},$$

$$\hat{\sigma}_x^2 = \overline{(X^2)}_T - (\bar{X}_T)^2, \hat{\sigma}_y^2 = \overline{(Y^2)}_T - (\bar{Y}_T)^2, \hat{\sigma}_{xy} = \overline{(XY)}_T - \bar{X}_T \bar{Y}_T,$$

und

$$\begin{aligned} \overline{(X^2)}_T &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t^2, \quad \overline{(Y^2)}_T = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Y_t^2, \\ \bar{X}_T &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t, \quad \bar{Y}_T = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Y_t, \\ \overline{(XY)}_T &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t Y_t. \end{aligned}$$

Literatur

- A. Dias und P. Embrechts. Change point analysis for dependence structures in finance and insurance. In G. Szegö, editor, *Risk measures of the 21th century*. Wiley, New York, 2004.
- A. Aue, S. Hörmann, L. Horváth, and M. Reimherr. Break detection in the covariance structure of multivariate time series models. *Annals of Statistics*, 37(6B):4046–4087, 2009.
- K. Bissantz, N. Bissantz, and D. Ziggel. Diversification effects between stock indices. *Pre-Print Ruhr-Universität Bochum*, 2010a.
- N. Bissantz, V. Steinorth, and D. Ziggel. Stabilität von Diversifikationseffekten im Markowitz-Modell. *Discussion paper SFB 823*, 26/10:1–20, 2010b.
- T. Bollerslev, R.F. Engle, and J.M. Wooldridge. A capital asset pricing model with time varying covariances. *Journal of Political Economy*, 96:116–131, 1988.
- R. Campbell, C. Forbes, K. Koedijk, and P. Kofman. Increasing correlations or just fat tails? *Journal of Empirical Finance*, 15:287–309, 2008.
- E.S. Pearson und S.S. Wilks. Methods of statistical analysis appropriate for k samples of two variables. *Biometrika*, 25:353–378, 1933.
- F. Longin und B. Solnik. Is the correlation in international equity returns constant: 1960-1990? *International Money and Finance*, 14(1):3–26, 1995.
- W.N. Goetzmann, L. Li, and K.G. Rouwenhorst. Long-term global market correlations. *Journal of Business*, 78(1):1–38, 2005.
- R.I. Jennrich. An asymptotic chi-square test for the equality of two correlation matrices. *Journal of the American Statistical Association*, 65:904–912, 1970.
- R.C. Merton. On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation. *Journal of Financial Economics*, 8:323–361, 1980.
- P. Galeano und D. Peña. Covariance changes detection in multivariate time series. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 137(1):194–211, 2007.
- G.W. Schwert. Why does stock market volatility change over time? *The Journal of Finance*, 44/5: 1115–1153, 1989.

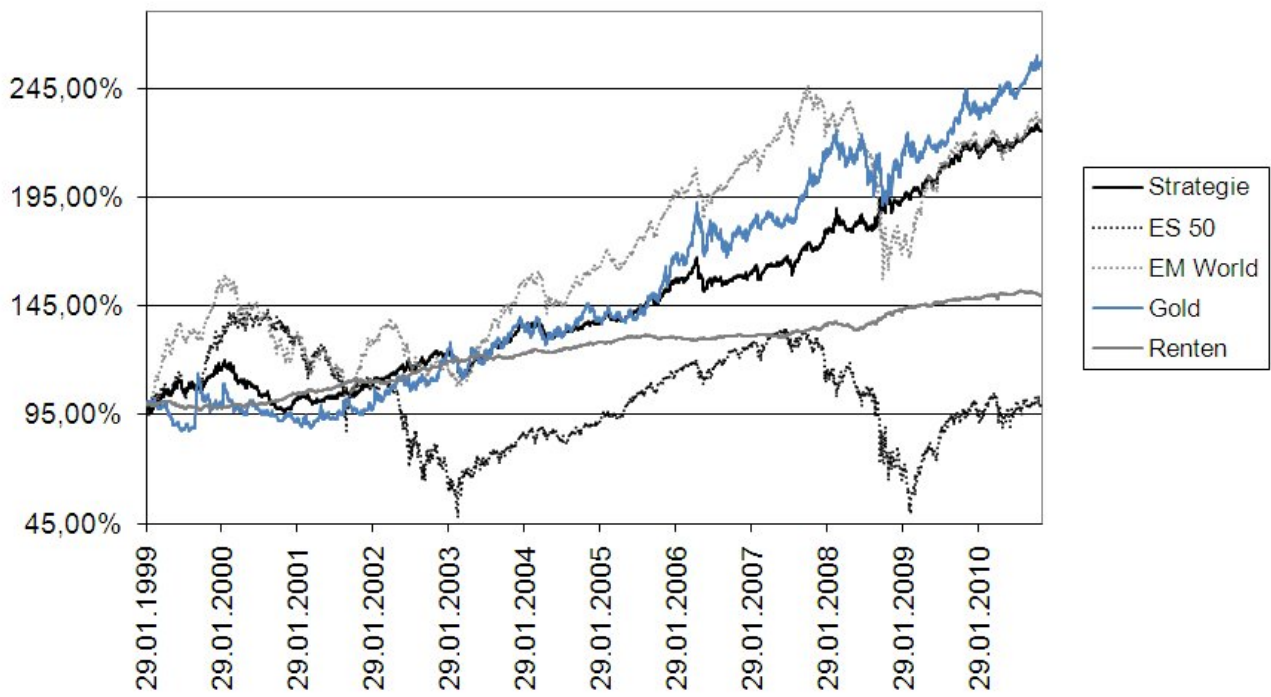


Abbildung 1: Charts der Handelsstrategie (Volatilität) und der beteiligten Indizes

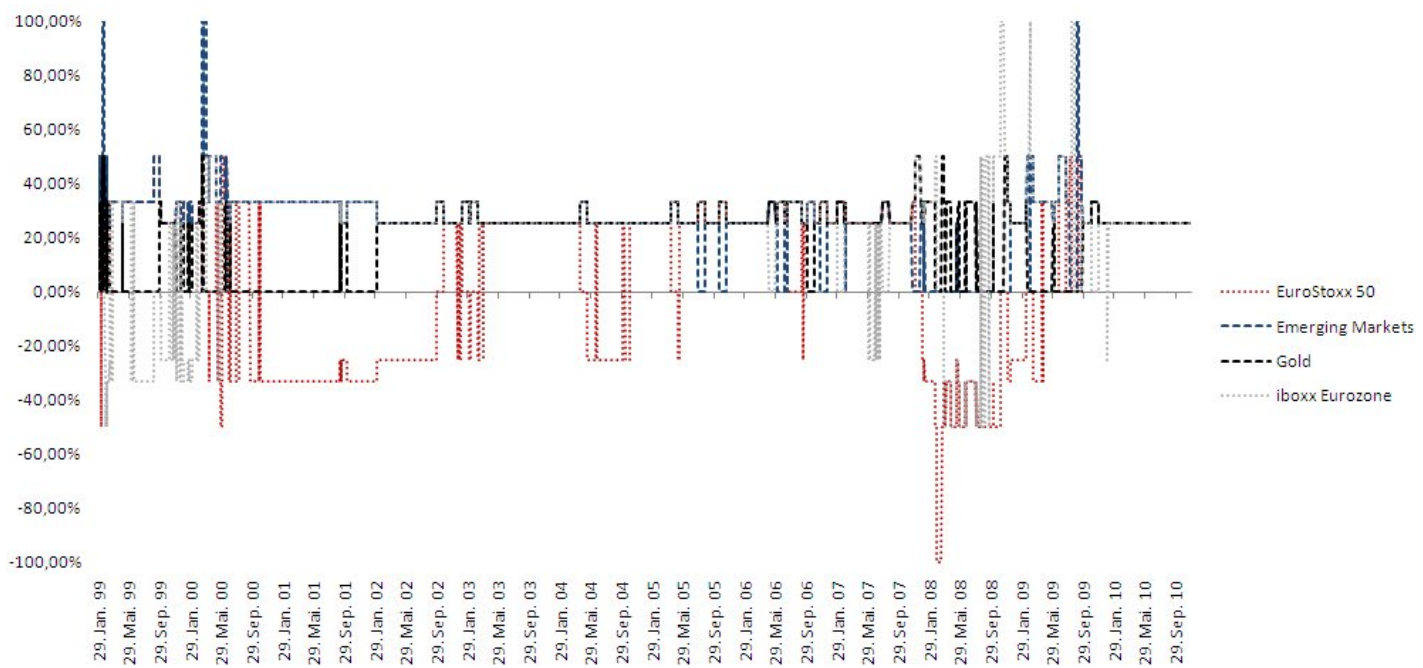


Abbildung 2: Portfoliogewichte

S&P	DAX	REX	CRB
03.02.1988	29.01.1988	12.02.1990	15.03.1988
03.02.1989	28.10.1988	06.06.1994	03.06.1988
12.02.1993	28.11.1988	03.04.1995	07.09.1988
30.09.1993	01.02.1989	01.05.1995	02.02.1990
18.07.1996	19.04.1989	17.11.1995	09.11.1992
10.03.1997	07.06.1989	19.02.1996	05.08.1994
02.02.2005	20.05.1993	28.07.1998	02.12.1996
19.10.2007	17.06.1993	12.12.2000	07.01.1998
28.10.2008	14.03.1994	14.05.2001	19.05.1998
09.10.2009	19.08.1997	01.08.2003	18.06.2001
	27.11.2002	18.10.2004	19.10.2001
	07.04.2003	29.02.2008	23.05.2003
	17.09.2003	27.01.2010	23.06.2003
	06.02.2004		21.07.2003
	07.03.2005		10.05.2004
	14.07.2006		02.09.2008
	06.10.2006		
	14.03.2007		
	24.07.2007		
	06.11.2007		
	24.11.2008		
	28.08.2009		

Tabelle 1: Strukturbrüche ($\alpha = 5\%$) der Volatilitäten

S&P & DAX	S&P & REX	S&P & CRB	CRB & DAX	CRB & REX	DAX & REX
11.02.1965	04.08.1998	25.09.1981	17.07.1981	16.06.1988	13.11.1989
28.06.1965	01.09.1998	14.12.1981	10.10.1986	18.07.1988	11.12.1989
13.05.1970	31.01.2000	11.01.1982	21.10.1987	15.08.1988	08.01.1990
22.10.1987	08.03.2000	05.03.1985	24.02.1999	31.01.1989	29.10.1997
23.12.1999	22.12.2000	26.10.1987	25.03.2002	01.03.1989	05.03.1998
20.01.2000	28.08.2002	11.02.1999	22.04.2002	09.09.1998	07.04.1998
22.11.2000	15.10.2002	11.03.1999	28.06.2002	23.09.2008	05.05.1998
20.12.2000	01.08.2003	09.10.2008	17.03.2008		15.06.1998
10.04.2001	11.04.2008		07.07.2008		21.08.1998
14.09.2001	30.09.2008		04.08.2008		18.09.1998
21.10.2002	28.10.2008		01.09.2008		16.10.1998
10.12.2002			10.10.2008		14.06.2002
07.01.2003					01.08.2003
25.03.2003					08.09.2008
22.02.2008					14.10.2008
15.10.2008					11.11.2008
					09.12.2008

Tabelle 2: Strukturbrüche ($\alpha = 5\%$) der Korrelationen

DAX	Renditen	Volatilitäten
29.01.1988 - 28.10.1988	44,09%	16,07%
28.10.1988 - 28.11.1988	-34,9%	12,63%
28.11.1988 - 01.02.1989	15,34%	13,29%
01.02.1989 - 19.04.1989	27,35%	12,84%
19.04.1989 - 07.06.1989	9,99%	8,96%
07.06.1989 - 20.05.1993	3,26%	20,04%
20.05.1993 - 17.06.1993	54,55%	7,87%
17.06.1993 - 14.03.1994	28,53%	16,41%
14.03.1994 - 19.08.1997	18,48%	14,59%
19.08.1997 - 27.11.2002	-4,46%	28,87%
27.11.2002 - 07.04.2003	-49,58%	43,45%
07.04.2003 - 17.09.2003	63,03%	25,92%
17.09.2003 - 06.02.2004	29,14%	19,17%
06.02.2004 - 07.03.2005	8,63%	15,08%
07.03.2005 - 14.07.2006	15,73%	14,47%
14.07.2006 - 06.10.2006	39,39%	14,67%
06.10.2006 - 14.03.2007	19,13%	11,66%
14.03.2007 - 24.07.2007	48,34%	15,69%
24.07.2007 - 06.11.2007	-5,78%	16,18%
06.11.2007 - 24.11.2008	-58,16%	33,42%
24.11.2008 - 28.08.2009	35,39%	33,66%
28.08.2009 - 01.04.2010	21,25%	18,55%

Tabelle 3: Anualisierte Marktparameter zwischen Strukturbrüchen (Volatilität, $\alpha = 5\%$)

	Strategie	EuroStoxx 50	Emerging Markets	Gold	ibovx Eurozone	Durchschnitt
Rendite p.a.	10,16%	-0,15%	10,45%	12,77%	4,01%	6,77%
Volatilität p.a.	10,02%	22,47%	17,24%	17,99%	2,59%	15,07%

Tabelle 4: Ergebnisse der Handelsstrategie auf Basis von Volatilitäten